(۵۱)

$$x_1 \xrightarrow[\text{حرکت به راست}]{} x_2 \xrightarrow[\text{حرکت به راست}]{} x_3 \longrightarrow x_4 \longrightarrow x_5 \xrightarrow[\text{حرکت به راست}]{} x_6$$

x_i : تعداد حرکت به سمت بالا $x_i = 6k$

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 120$$

$$\frac{x_i}{6} = y_i$$

$$y_1+y_2+\dots+y_6 = 20 \qquad y_i \geq 1$$

$\longrightarrow \binom{20-1}{6-1}$ تعداد حالات

به فرض سنجش گزینه $\binom{19}{4}$ را زده

ولی جواب بهتر به صورت زیر است

$$y_1+y_2+\dots+y_6 = 20 \qquad y_i \geq 0$$

$$\longrightarrow \binom{20+6-1}{6-1} = \binom{25}{5}$$

$\boxed{\text{سخت}}$

اعداد بزرگتر از m باید انتخاب شوند و m نباید انتخاب شود

(۵۲)

$$\frac{\binom{m-1}{n-N+m}\binom{1}{0}\binom{N-m}{N-m}}{\binom{N}{n}}$$

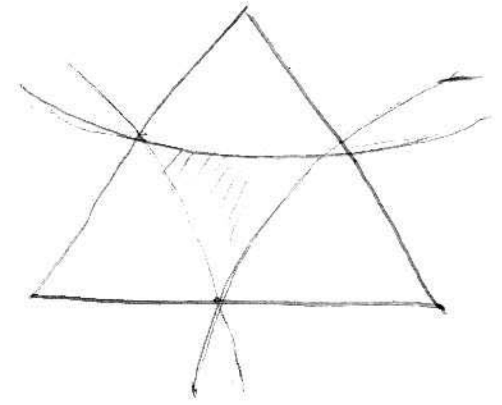
$\boxed{\text{آسون}}$

$$\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}$$

$\boxed{\text{آسون}}$

(۵۳)

۵۴



$$P(\text{مورد نظر}) = 1 - P(\text{بیرون ناحیه مورد نظر})$$

$$= 1 - \frac{3 \times \frac{1}{6}\ \text{مساحت دایره}}{\text{مساحت مثلث}}$$

$$= 1 - \frac{\text{نصف مساحت دایره}}{\text{مساحت مثلث}}$$

$$= 1 - \frac{\frac{1}{2}\pi \times 1^2}{2 \times \frac{1 \times \sqrt{3}}{2}} = 1 - \frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 1 - \frac{\sqrt{3}\pi}{6}$$

$\boxed{\text{متوسط}}$

---

۵۵ E_i: قطعه iام معیوب

$$P(E_2 \mid E_1) = \frac{P(E_2 \cap E_1)}{P(E_1)} = \frac{\%5 \times \%5\ \frac{1}{4} + \%1 \times \%1\ \frac{3}{4}}{\%5\ \frac{1}{4} + \%1\ \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{25 + 3}{500 + 300} = \frac{28}{800} = \frac{7}{200} = \frac{35}{1000}$$

$\boxed{\text{آسان}}$

۵۶

$$P(X=K) = P(X \leq K) - P(X<K)$$

$$= \left(\frac{K}{n}\right)^m - \left(\frac{K-1}{n}\right)^m$$

$\boxed{\text{آسان}}$

۵۷

$$X_1, X_2, \dots, X_5 \sim Exp(\lambda = \tfrac{1}{3})$$

$\boxed{\text{آسان}}$

$$E(X_{(n)}) = \frac{1}{5\lambda} + \frac{1}{4\lambda} + \frac{1}{3\lambda} + \frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{\lambda} = \frac{3}{5} + \frac{3}{4} + \frac{3}{3} + \frac{3}{2} + \frac{3}{1} = \frac{137}{20}$$

(58)

$$f(x|y=0.5) = c\,x(2-x-0.5) = c\,x(1.5-x) \qquad 0<x<1$$

$$\int_0^1 c\,x\left(\frac{3}{2}-x\right)dx = 1 \rightarrow c\int_0^1 \left(\frac{3}{2}x - x^2\right)dx = 1$$

$$\Rightarrow c\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right) = 1 \rightarrow c \times \frac{5}{12} = 1 \rightarrow c = \frac{12}{5}$$

بسیار وقت گیر

از این سوال باید بپرید

$$E(X|Y=0.5) = \int_0^1 x\,f(x|y=0.5) = \int_0^1 x\,\frac{12}{5}x\left(\frac{3}{2}-x\right)dx$$

$$= \frac{12}{5}\int_0^1 \left(\frac{3}{2}x^2 - x^3\right)dx = \frac{12}{5}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{12}{5}\times\frac{1}{4} = \frac{3}{5}$$

---

(59)

تعداد افراد تا پر شدن بیستمین عکس

$X \sim NB(r=20,\ p=0.4) \longleftarrow$ تعداد افراد تا رسیدن بیستمین نفر

$$E(X) = \frac{20}{0.4} = 50$$

آسون

$$Var(X) = \frac{r(1-P)}{P^2} = \frac{20\times 0.6}{0.4} = 75$$

---

60. صنایع ۸۷

$$Cov(X_1,X_2) = E(X_1X_2) - E(X_1)E(X_2)$$

$$E(E(X_1X_2|Y)) - E(E(X_1|Y))\,E(E(X_2|Y))$$

$$= E(E(X_1|Y)E(X_2|Y)) - E(Y)E(Y)$$

سوال سختی است

ولی تکراری است

$$= E(Y^2) - [E(Y)]^2 = Var(Y)$$

(۶۱) مجموع امتیازها قبل از رسیدن به مجموع بیشتر از ۱۰۰ برابر هر از اعداد ۱۰۰ یا ۹۹ یا ۹۸ یا ۹۷ یا ۹۶ یا تا ۹۵ بوده. که حالات مختلف را بررسی می‌کنیم:

مجموع نتایج تا قبل از اتمام		مجموع نتایج بعد از اتمام
100	→	101 یا 102 یا 103 یا 104 یا 105 یا 106
99	→	100 یا 101 یا 102 یا 103 یا 104 یا 105
98	→	99 یا 100 یا 101 یا 102 یا 103 یا 104
97	→	98 یا 99 یا 100 یا 101 یا 102 یا 103
96	→	97 یا 98 یا 99 یا 100 یا 101 یا 102
95	→	96 یا 97 یا 98 یا 99 یا 100 یا 101

مجموع نتایج تا قبل از اتمام بازی هرچه باشد، بازی می‌تواند با ۱۰۱ تمام شود

پس ۱۰۱ از همه اعداد دیگر بیشتر شانس دارد

مسأله خیلی تست

باید حل می‌دید تست بود

شاید این مسئله راه دیگر داشته باشد. ولی من فقط این راه به ذهنم رسید

---

(۶۲)

$$\bar{X} - X_{n+1} = \frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{n} - X_{n+1} = \frac{X_1+X_2+\dots+X_n - nX_{n+1}}{n}$$

$$\Rightarrow \bar{X} - X_{n+1} \sim N\left(0, \frac{1}{n^2}\left(n\sigma^2+n^2\sigma^2\right)\right) \sim N\left(0, \sigma^2\left(\frac{n+1}{n}\right)\right)$$

$$\frac{\dfrac{\bar{X} - X_{(n+1)}}{\sigma\sqrt{\dfrac{n+1}{n}}}}{\sqrt{\dfrac{\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma^2}}{n-1}}} \sim t_{n-1} \Rightarrow \frac{\bar{X} - X_{(n+1)}}{S}\overbrace{\sqrt{\frac{n}{n+1}}}^{c} \sim t_{n-1}$$

$\boxed{\text{وقت گیر}}$

---

(۶۳)

$$Var(\bar{X} - \bar{Y}) = Var(\bar{X}) + Var(\bar{Y}) - 2\,Cov(\bar{X}, \bar{Y})$$

$$= \frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^2}{n} - 2n\rho\frac{1}{n^2}\sigma^2 = \sigma^2\left(\frac{2}{n} - \frac{2\rho}{n}\right)$$

$$Cov(X_1, Y_1) = \rho\sigma^2$$

$$Cov(X_1, Y_2) = 0$$

$$Var(\bar{Z} - \bar{U}) = Var(\bar{Z}) + Var(\bar{U}) = \frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^2}{n} = \frac{2\sigma^2}{n}$$

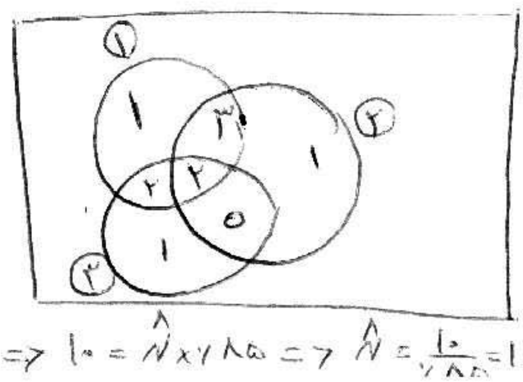
$$\frac{Var(\bar{X} - \bar{Y})}{Var(\bar{U} - \bar{Z})} = 1 - \rho$$

$\boxed{\text{تست} \quad \text{مفصل} \checkmark}$

---

(۶۴) X : تعداد غلط‌ها در N غلط دوجمله‌ای

با پارامترهای N و P است



P(کشف شدن غلط) = 1 − P(کشف نشدن غلط)

$= 1 - ۰٫۶ \times ۰٫۵ \times ۰٫۵ = ۰٫۸۵ \Rightarrow E(X) = Np \Rightarrow \bar{X} = \hat{N}p$

$\Rightarrow ۱۰ = \hat{N} \times ۰٫۸۵ \Rightarrow \hat{N} = \frac{۱۰}{۰٫۸۵} = ۱۳$

(۶۵) امید ریاضی پواسون همان واریانس پواسون است، چون $\mu_1 < \mu_2$ است

پس واریانس X کمتر از واریانس Y است. پس اطلاعات مفید برای برآورد μ_1

بیشتر است

خیلی خیلی معذرت

---

(۶۶) گزینه ۴ صحیح است

$\alpha_1 = \alpha_2$ و $n_1 = n_2$ اگر μ_2 از μ_0 بیشتر باشد $\mu_0 < \mu_2 < \mu_1$ است و

در این شرایط $B(\mu_2) > B(\mu_1)$ خواهد بود

پس چون $B(\mu_2) < B(\mu_1)$ است حتماً μ_2 از μ_0 کمتر بوده

خیلی خیلی خیلی معذرت و وقت گیر

---

(۶۷) اگر از آماره $\frac{ns'^2}{\sigma^2}$ استفاده کنیم، با افزایش اندازه نمونه به ۴ واریانس

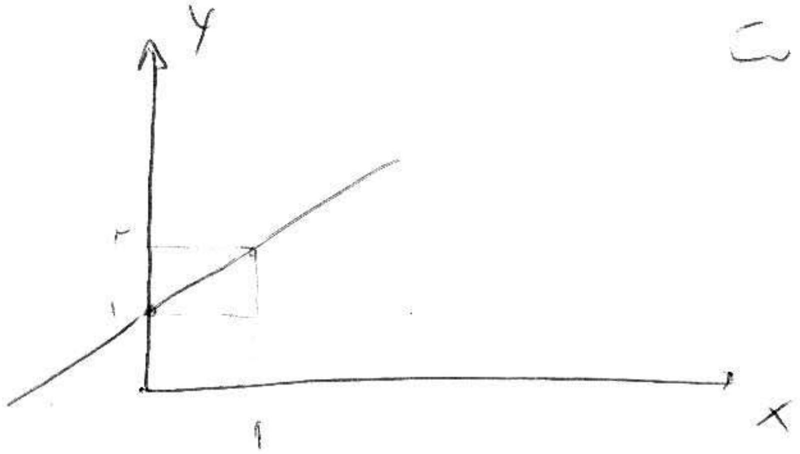
آن از ۲ به ۴ افزایش می‌یابد و طول ناحیه بزرگتر می‌شود، پس

$d - c > b - a$

(۶۸)

خط از (۰،۱) و $(\bar{X},\bar{Y})$ عبور می‌کند

خط از (۰،۱) و (۱،۲) عبور می‌کند



خط موازی نیمساز اول است

$\boxed{\text{آسون}}$

---

(۶۹) $\hat{A},\hat{B}$ وابسته اند

$$Cov(\hat{A},\hat{B}) = \frac{-\bar{X}\sigma^2}{S_{xx}}$$

$\boxed{\text{آسون}}$

---

(۷۰) $\boxed{\text{گزینه های ۱ و ۲ برابر هستند}}$

$\boxed{\text{سمت ـه مربوط به صادق است}}$

برآورد فاصله ای $\mu_1-\mu_2$ برابر است با

$$\bar{X}_1-\bar{X}_2 \pm t_{\alpha/2,\,a(n-1)}\, S_p\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{n}}$$

$$\text{طول فاصله} = \sqrt{2} = 2t_{\alpha/2,\,a(n-1)}\, S_p\sqrt{\frac{2}{n}}$$

$\boxed{a \text{ تعداد تیمارها}}$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = 2t_{\alpha/2,\,a(n-1)}\, S_p \rightarrow n = t^2_{\alpha/2,\,a(n-1)}\, S_p^2$$

$$\xrightarrow{\text{به بالا رند می‌کنیم}} n = \left[2t^2_{\alpha/2,\,a(n-1)}\, S_p^2\right]+1 = \left[2F_{\alpha,1,a(n-1)}\, MSE\right]+1$$